Ecuación canónica de la hipérbola con centro en (*h*, *k*)

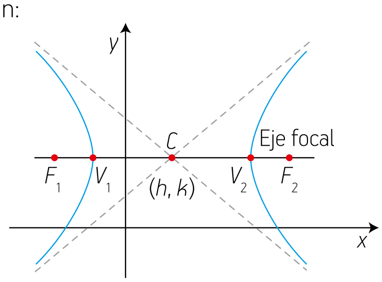
Para hallar la ecuación canónica de una hipérbola con centro en $C(h, k)$ se deben considerar dos casos: cuando el eje focal es paralelo al eje x y cuando el eje focal es paralelo al eje y. Además, para determinar la ecuación de la hipérbola con vértice en (h, k), se realiza una traslación de ejes.

Ecuación canónica de la hipérbola con centro en (*h*, *k*) y eje focal paralelo al eje *x*

La ecuación canónica de la hipérbola con centro en (h, k), focos $F_1(h - c, k)$ y $F_2(h + c, k)$ es:

$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} - \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$, donde a, b y c son números reales positivos, $c > a$ y $c^2 = a^2 + b^2$.

Los elementos de la hipérbola con centro en (h, k) y eje focal paralelo al eje x son:



Focos: $F_1(h - c, k)$ y $F_2(h + c, k)$

Eje normal: paralelo al eje y

Vértices: $V_1(h - a, k)$ y $V_2(h + a, k)$

Longitud del eje conjugado: $2b$

Longitud del eje transverso: $2a$

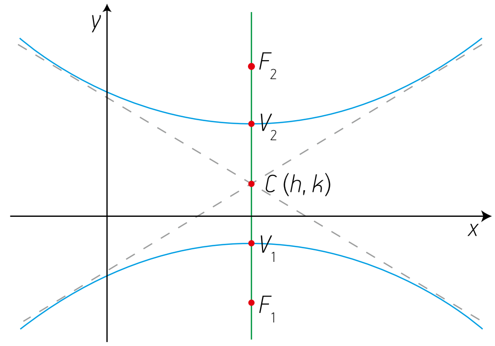
Asíntotas: $y - k = \dfrac{b}{a}(x - h)$ y $y - k = -\dfrac{b}{a}(x - h)$

Ecuación canónica de la hipérbola con centro en (*h*, *k*) y eje focal paralelo al eje *y*

La ecuación canónica de la hipérbola con centro en (h, k) y focos $F_1(h, k - c)$ y $F_2(h, k + c)$ es:

$\dfrac{(y-k)^2}{a^2} - \dfrac{(x-h)^2}{b^2} = 1$, donde a, b y c son números reales positivos, $c > a$ y $c^2 = a^2 + b^2$.

Los elementos de la hipérbola con centro en (h, k) y eje focal paralelo al eje y son:



Focos: $F_1(h, k - c)$ y $F_2(h, k + c)$

Vértices: $V_1(h, k - a)$ y $V_2(h, k + a)$

Longitud del eje transverso: $2a$

Longitud del eje conjugado: $2b$

Asíntotas: $y - k = \dfrac{a}{b}(x - h)$ y $y - k = -\dfrac{a}{b}(x - h)$

¿Cómo trazar una hipérbola?

Una manera práctica de trazar la gráfica de una hipérbola es la siguiente:

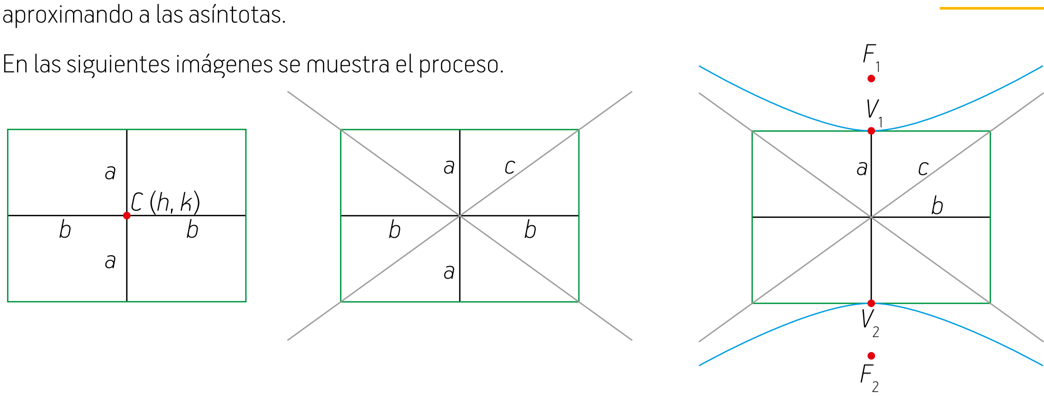
Primero, se construye un rectángulo de base $2a$ y altura $2b$ con centro en (h, k).

Segundo, se trazan las asíntotas que corresponden a las rectas que contienen las diagonales del anterior rectángulo.

Tercero, se ubican los vértices, estos corresponden a los puntos de intersección con el eje según el caso.

Por último, se traza la hipérbola, se empieza desde los vértices dibujando cada parte y aproximando a las asíntotas.

En las siguientes imágenes se muestra el proceso.



Nota matemática

Originalmente el estudio de las secciones cónicas, y en particular de la hipérbola, se le atribuye al matemático griego **Menecmo** (380-320 a. C), quien intentó resolver el problema de la duplicación del cubo utilizando la intersección entre una parábola y una hipérbola.